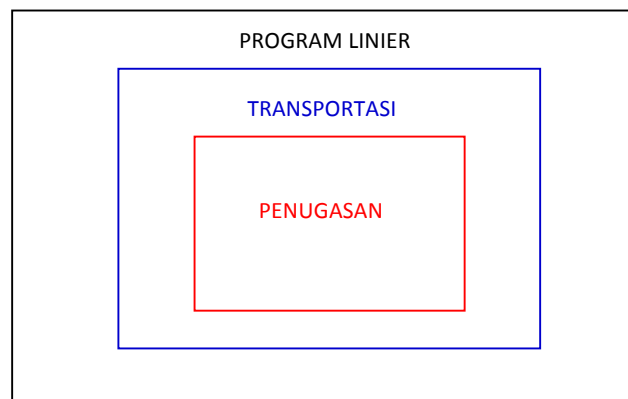


MODEL TRANSPORTASI

WISNUHUTOMO

Adalah alokasi dari satu sumber ke banyak tujuan, atau dari banyak sumber ke satu tujuan.
Skema hubungan adalah sbb.:



Artinya : penugasan adalah sub bagian dari program linier.

Contoh :

TATA MOTOR memasukkan mobil murah sejagad TATA NANO ke Indonesia melalui pelabuhan W, H dan P. Selanjutnya mobil-mobil tersebut dikirim ke kota A, B dan C. Persediaan di pelabuhan, permintaan masing-masing kota serta biaya pengiriman (dalam dollar) dari pelabuhan ke masing-masing kota adalah sbb. :

Pelabuhan	Kota			Supply
	A	B	C	
W	20	5	8	90
H	15	20	10	60
P	25	10	19	50
Demand	50	110	40	

- Selesaikan dg metode NWC (North-West Corner), dan hitung total biaya transportasinya!
- Selesaikan dg metode Least Cost, dan hitung total biaya transportasinya !
- Selesaikan dg metode VAM (Vogel's Approximation Methods), dan hitung total biaya transportasinya !
-

LANGKAH2 PENYELESAIAN :

- Membentuk tabel awal yg fisibel, dg menggunakan (pilih salah satu saja):
 - Metode NWC (North-West Corner)
 - Metode Least Cost
 - Metode VAM (Vogel's Approximation Method)

2. Menguji apakah tabel yg dihasilkan dari langkah 1 sudah optimal ?

Caranya dg menggunakan (pilih salah satu saja) :

- a. Metode MODI (Modified Distribution Method)
- b. Metode Stepping Stone

JAWAB :

a. Dg metode NWC : sel-sel diisi mulai dari arah SUDUT UTARA-BARAT (berarti mulai dari pojok kiri-atas).

Ke \ Dari	A	B	C	Supply
W	50	40		90
H		60		60
P		10	40	50
Demand	50	110	40	200

Misal : S=Supply dan D=Demand

Sel WA, ada demand dari DA=50 yg dipenuhi dari WS(ada sisa).

Sel WB, ada demand dari DB=110 yg dipenuhi dari :

**sisa WS=40, diisikan di WB

**HS=60, diisikan di HB

**PS=10, diisikan di PB → sisa PS=40

Masih ada demand dari DC=40, dipenuhi dari sisa PS, diisikan di PC=40.

Jadi solusi awal (fisibel)-nya adalah :

Dari pelabuhan W dikirim ke kota A sebanyak 50 unit.

Dari pelabuhan W dikirim ke kota B sebanyak 40 unit.

Dari pelabuhan H dikirim ke kota B sebanyak 60 unit.

Dari pelabuhan P dikirim ke kota B sebanyak 10 unit.

Dari pelabuhan P dikirim ke kota C sebanyak 40 unit.

Apakah solusi tersebut sudah optimal ? Belum tentu. Harus dilakukan uji sel non basis.

Total biaya transportasinya = $50(20) + 40(5) + 60(20) + 10(10) + 40(19) = \$ 3260$ (yg warna hitam adalah biaya per satuan yg tertera pada tabel soal).

b. Dg metode Least Cost : sel-sel diisi mulai dari yg biaya pengirimannya terkecil, yaitu WB(5) = 90.

Ke \ Dari	A	B	C	Supply
W		90		90
H	20		40	60
P	30	20		50
Demand	50	110	40	200

Kemudian:

HC(10) = 40 ; PB(10) = 20 ; HA(15) = 20 ; PA(25) = 30

Solusi fisibelnya :

W → B = 90 unit

H → A = 20 unit

H → C = 40 unit

P → A = 30 unit

P → B = 20 unit

Total biaya transportasinya = $90(5) + 20(15) + 40(10) + 30(25) + 20(10)$

Apakah sudah optimal ? Uji sel non basis dg metode MODI.

c. Dg metode VAM : lihat biaya pengirimannya !!

Misal : BB = Beda Baris dan BK = Beda Kolom

BB dan BK adalah selisih dua nilai biaya angkut yang paling rendah.

Ke \ Dari	A	B	C	Supply	BB
W	20	5	8	90	3
H	15	20	10	60	5
P	25	10	19	50	9
Demand	50	110	40	Isi PB=50	
BK	5	5	2	Hapus baris P	

- $WBB=8-5=3$; $HBB=15-10=5$; $PBB=19-10=9$
 $BKA=20-15=5$; $BKB=10-5=5$; $BKC=10-8=2$
 1. Pilih BB/BK terbesar $\rightarrow 9$
 2. Isilah sel yg biayanya terendah $\rightarrow PB$
 3. Hapus baris/kolom tersebut \rightarrow hapus baris P

Ke \ Dari	A	B	C	Supply	BB
W	20	5	8	90	3
H	15	20	10	60	5
Demand	50	60	40	Isi WB=60	
BK	5	15	2	Hapus kolom B	

- $BKB=15 \rightarrow$ terbesar
 $WB=5 \rightarrow$ biaya terendah
 Isi WB=60
 Hapus kolom B

Ke \ Dari	A	C	Supply	BB
W	20	8	30	12
H	15	10	60	5
Demand	50	40	Isi WC=30	
BK	5	2	Hapus baris W	

- $WBB=12 \rightarrow$ terbesar
 $WC=8 \rightarrow$ biaya terendah
 Isi WC=30
 Hapus baris W

Ke \ Dari	A	C	Supply	BB
H	15	10	60	5
Demand	50	10	Isi : HC=10	
BK	0	0	HA=50	

Jadi solusi fisibelnya (yg berwarna merah pada tabel) adalah:

Ke \ Dari	A	B	C	Supply
W		60	30	90
H	50		10	60
P		50		50
Demand	50	110	40	200

- $W \rightarrow B = 60$ unit
 $W \rightarrow C = 30$ unit
 $H \rightarrow A = 50$ unit
 $H \rightarrow C = 10$ unit
 $P \rightarrow B = 50$ unit

Total biaya transportasinya = $60(5)+30(8)+50(15)+10(10)+50(10)=$ **\$ 1890**

Sel basis = sel yg berisi angka

Sel non basis = sel yg kosong

Apakah solusi diatas sudah optimal ? Belum tentu. Harus dilakukan uji sel non basis.

Jika seluruh hasil uji sel non basis ≥ 0 , maka solusi sudah optimal. Tetapi jika salah satu ada yg negatif, maka solusi belum optimal, harus dilakukan penggantian basis dan diulangi lagi pengujiannya sampai tidak ada lagi yg negatif.

PENGUJIAN OPTIMALITAS DENGAN MODI (Modified Distribution Method)

Dari hasil perhitungan dg metode VAM diperoleh :

Misal : B = baris dan K = kolom

Dari \ Ke	A	B	C	Supply	
W		60	30	90	$B_1=0$
H	50		10	60	$B_2=2$
P		50		50	$B_3=5$
Demand	50	110	40	200	

$$K_1=13 \quad K_2=5 \quad K_3=8$$

Sel basis = $B_i + K_j = C_{ij}$ dimana C_{ij} adalah biaya pengiriman

$$WB = B_1 + K_2 = 5 ; \quad WC = B_1 + K_3 = 8 ; \quad HA = B_2 + K_1 = 15 ; \quad HC = B_2 + K_3 = 10 ; \quad PB = B_3 + K_2 = 10$$

Misal : $B_1 = 0$ maka : $K_2 = 5 ; K_3 = 8 ; B_2 = 2 ; K_1 = 13$ dan $B_3 = 5$

Sel non basis = $C_{ij} - B_i - K_j$

$$WA = 20 - 0 - 30 = 7 ; \quad HB = 20 - 2 - 5 = 13 ; \quad PA = 25 - 5 - 13 = 7 ; \quad PC = 19 - 5 - 8 = 6$$

Karena semua nilai sel non basis ≥ 0 , maka solusi sudah optimal.

Jadi solusi optimalnya adalah : $W \rightarrow B = 60$ unit

$$W \rightarrow C = 30 \text{ unit}$$

$$H \rightarrow A = 50 \text{ unit}$$

$$H \rightarrow C = 10 \text{ unit}$$

$$P \rightarrow B = 50 \text{ unit}$$

$$\text{Total biaya transportasi optimal} = 60(5)+30(8)+50(15)+10(10)+50(10) = \text{\$ } 1890$$

PENGUJIAN OPTIMALITAS DENGAN STEPPING STONE

Dari hasil perhitungan dg metode VAM diperoleh :

Dari \ Ke	A	B	C	Supply
W		60	30	90
H	50		10	60
P		50		50
Demand	50	110	40	200

Pengujian sel non basis :

Sel non basis “menggandeng” sel basis terdekat yang posisinya simetris, membentuk lintasan tertutup kembali kearah dirinya tidak boleh melalui jalan yg sama. Jika semua “Nilai” ≥ 0 , berarti sudah optimal.

Jika ada “Nilai” yg negatif, berarti belum optimal, harus dilakukan perubahan basis, sampai semua “Nilai” positif atau nol. Lintasan selalu bergantian positif-negatif, dimulai dari positif.

Sel non basis	Lintasan tertutup	Nilai
WA	WA-HA+HC-WC	$20-15+10-8=7$
HB	HB-HC+WC-WB	$20-10+8-5=13$
PA	PA-PB+WB-WC+HC-HA	$25-10+5-8+10-15=7$
PC	PC-PB+WB-WC	$19-8+5-10=6$

Nilai semua sel non basis ≥ 0 ,

Jadi solusi sudah optimal.

Solusi optimalnya :

(sama dg yg menggunakan MODI)

MASALAH PENUGASAN

WISNUHUTOMO

Solusi masalah penugasan menggunakan metode Hungarian, dibagi menjadi dua, yaitu :

1. Penugasan untuk mencari penghematan biaya (masalah minimisasi).
2. Penugasan untuk mencari keuntungan maksimal (masalah maksimisasi).

MASALAH MINIMISASI

Contoh :

Sebuah perusahaan eksplorasi minyak dan gas mempunyai 4 pekerjaan berbeda untuk diselesaikan oleh 4 karyawannya. Biaya penugasan untuk setiap karyawan (K) terhadap pekerjaan (P) tertera pada tabel berikut ini (dalam dollar) :

K \ P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	15	20	18	22
K ₂	14	16	21	17
K ₃	25	20	23	20
K ₄	17	18	18	16

- a. Tentukan penugasan optimal.
- b. Hitung total biaya penugasan minimal.

Jawab :

1. Isi tiap baris – nilai terkecil pada baris tersebut :

K \ P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	15-15	20-15	18-15	22-15
K ₂	14-14	16-14	21-14	17-14
K ₃	25-20	20-20	23-20	20-20
K ₄	17-16	18-16	18-16	16-16

→

K \ P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	0	5	3	7
K ₂	0	2	7	3
K ₃	5	0	3	0
K ₄	1	2	2	0

Dibuat garis (merah) seminim mungkin, yg menggandeng angka nol.

Jumlah garis (3) < jumlah karyawan/penugasan (4) → belum optimal.

2. Isi kolom 3 – nilai terkecil pada kolom 3

K \ P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	0	5	3-2	7
K ₂	0	2	7-2	3
K ₃	5	0	3	0
K ₄	1	2	2-2	0

→

K \ P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	0	5	1	7
K ₂	0	2	5	3
K ₃	5	0	3	0
K ₄	1	2	0	0

Jumlah garis (3) = jumlah karyawan/penugasan (4) → belum optimal.

3. Revisi 1 : angka yg tidak kena garis – nilai terkecil angka yg tidak kena garis

K \ P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	0	5-1	1-1	7-1
K ₂	0	2-1	5-1	3-1
K ₃	5	0	3	0
K ₄	1	2	0	0

→

K \ P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄
K ₁	0	4	0	6
K ₂	0	1	4	2
K ₃	5	0	3	0
K ₄	1	2	0	0

Jumlah garis (4) = jumlah baris/kolom (4) → sudah optimal.

a. Penugasan optimal : K₂ ditugaskan menyelesaikan P₁

K₁ ditugaskan menyelesaikan P₃

K₄ ditugaskan menyelesaikan P₄

K₃ ditugaskan menyelesaikan P₂

b. Total biaya penugasan minimal = \$(14+18+16+20) = \$ 68

MASALAH MAKSIMISASI

Contoh :

Seorang manajer pemasaran ingin menempatkan empat orang salesmannya di empat daerah pemasaran produknya. Penempatan salesman tersebut didasarkan pada perolehan nilai keuntungan yang diperkirakan akan diperoleh oleh setiap salesman di setiap daerah pemasaran berdasarkan prestasi kerja mereka saat ini dan pengenalan terhadap masing-masing daerah pemasaran tersebut. Bila data perolehan keuntungan dari setiap salesman di setiap daerah pemasaran seperti yg tersaji pada tabel berikut ini, tentukan penugasan salesman yg harus dibuat oleh sang manajer agar keuntungan yg diperoleh maksimal. Hitung total keuntungan maksimal.

Salesman \ Daerah	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
S ₁	1000	900	1100	900
S ₂	1100	1000	950	950
S ₃	1050	950	900	1050
S ₄	1150	1000	950	1000

Jawab :

1. Nilai terbesar tiap baris – isi baris tersebut :

Salesman \ Daerah	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
S ₁	1100-1000	1100-900	1100-1100	1100-900
S ₂	1100-1100	1100-1000	1100-950	1100-950
S ₃	1050-1050	1050-950	1050-900	1050-1050
S ₄	1150-1150	1150-1000	1150-950	1150-1000

Daerah \ Salesman	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
S ₁	100	200	0	200
S ₂	0	100	150	150
S ₃	0	100	150	0
S ₄	0	150	200	150

Jumlah garis (3) < jumlah salesman/daerah → belum optimal.

2. Kolom 2 – nilai terkecil kolom 2 :

Daerah \ Salesman	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
S ₁	100	200-100	0	200
S ₂	0	100-100	150	150
S ₃	0	100-100	150	0
S ₄	0	150-100	200	150

Daerah \ Salesman	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄
S ₁	100	100	0	200
S ₂	0	0	150	150
S ₃	0	0	150	0
S ₄	0	50	200	150

Jumlah garis (4) = jumlah salesman/daerah (4) → sudah optimal.

- a. Penugasan optimal :
- S₁ ditugaskan di D₃
 - S₄ ditugaskan di D₁
 - S₂ ditugaskan di D₂
 - S₃ ditugaskan di D₄

b. Total keuntungan maksimal = 1100 + 1150 + 1000 + 1050 = 4300